



Introducción al Álgebra Relacional

Universidad de Sevilla

**Departamento de Lenguajes y Sistemas
Informáticos**

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Objetivos



Contenido

¿Qué es el álgebra relacional?

Conceptos previos

Operadores conjuntistas

Operadores relacionales



¿Qué es el Álgebra Relacional (AR)?

- Es un conjunto de operadores sobre relaciones propuesto por Codd que permiten expresar consultas sobre un modelo relacional.
- Los operadores del AR devuelven como resultado una relación derivada, por lo que pueden anidarse formando expresiones complejas.
- Operadores conjuntistas
 - Unión: $R \cup S$
 - Intersección: $R \cap S$
 - Diferencia: $R \setminus S$
 - Producto cartesiano: $R \times S$
- Operadores relacionales
 - Selección: $\sigma_f(R)$
 - Proyección: $\Pi_B(R)$
 - Combinación: $R \bowtie S$ (join)
 - División: $R \div S$
 - Agregación: $\Upsilon_G^F(R)$

Introducción al Álgebra Relacional

- Nombres de atributos
 - Se prefijan con el nombre de la relación a la que pertenecen cuando pueda haber **ambigüedad** (Notación calificada)
 - $R.a$ = atributo a de la relación R
- Relaciones compatibles
 - Son relaciones cuyas **intensiones comparten los mismos dominios**, de modo que cada atributo tiene su correspondiente en la otra relación y ambos están definidos sobre el mismo dominio.
 - Sobre ellas se pueden aplicar los operadores conjuntistas de **unión**, **diferencia** e **intersección**.
 - Si se quiere aplicar dichos operadores sobre relaciones no compatibles por tener nombres de atributos diferentes, es necesario usar el operador de **renombrado** para hacerlas compatibles.
- $\rho_{T(t_1, t_2, \dots)}(R)$: Cambia nombre de relación y atributos

Operadores conjuntistas

Unión: $T \leftarrow R \cup S$

$$\begin{aligned} I(T) &= I(R) \\ E(T) &= E(R) \cup E(S) \end{aligned}$$

Diferencia: $T \leftarrow R \setminus S$

$$\begin{aligned} I(T) &= I(R) \\ E(T) &= E(R) \setminus E(S) \end{aligned}$$

Operadores conjuntistas

Intersección: $T \leftarrow R \cap S$

$$\begin{aligned} I(T) &= I(R) \\ E(T) &= E(R) \cap E(S) \end{aligned}$$

Producto cartesiano: $T \leftarrow R \times S$

$$\begin{aligned} I(T) &= I(R) \cup I(S) \\ E(T) &= \{(r, s) \mid r \in E(R) \wedge s \in E(S)\} \end{aligned}$$

R y S tienen que ser compatibles para $\cup$, $\cap$ y $\times$

Operadores relacionales: selección

Selección (sigma) $T \leftarrow \sigma_f(R)$

$$I(T) = I(R)$$
$$E(T) = \{r \in E(R) \mid f(R)\}$$

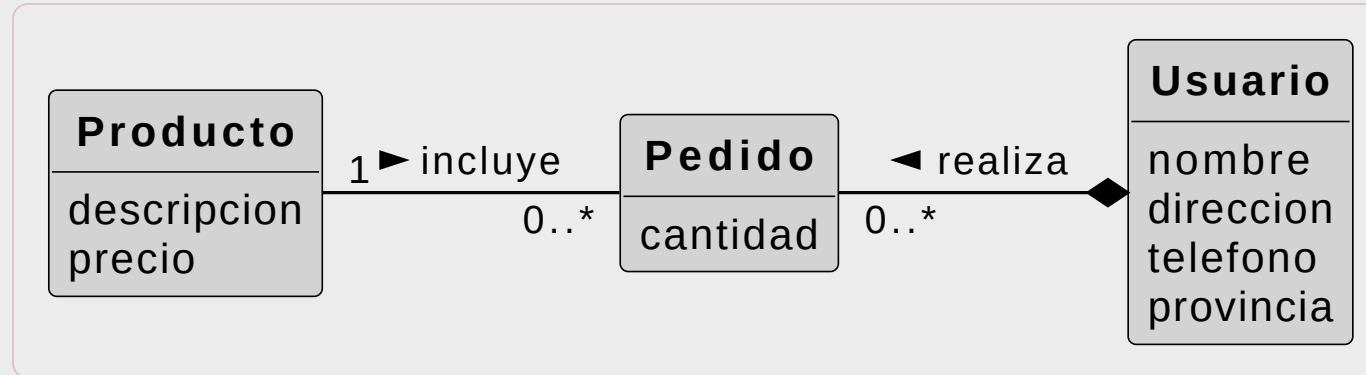
f es una expresión lógica bien formada sobre los atributos de $I(R)$

Selecciona las filas de R que cumplen f

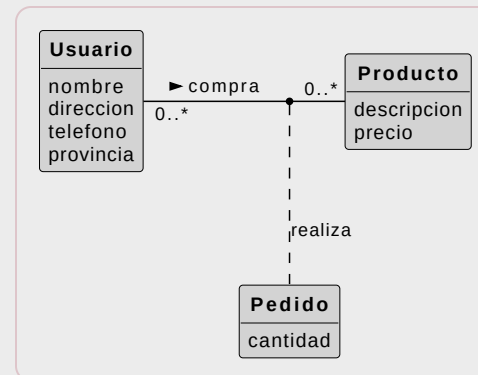


Ejemplo: Pedidos

Dos relaciones 0..* con composición



Clase asociación



Ejemplo: Pedidos

```
-- Intensi3n
Usuarios = { usuarioId, nombre, direcci3n, tel3fono, provincia }
    PK(usuarioId)
    AK(nombre)
Productos = { productoId, descripci3n, precio}
    PK(productoId)
Pedidos = {pedidoId, usuarioId, productoId, cantidad}
    PK(pedidoId)
    FK(usuarioId) / Usuarios
    FK(productoId) / Productos

-- Extensi3n
Usuarios = {
    ('U1', 'David', 'Calle Mayor 15, Sevilla',      '954 223 456', 'Sevilla'),
    ('U2', 'Marta', 'Avenida Andalucía 42, Málaga', '952 334 567', 'Málaga'),
    ('U3', 'Pedro', 'Paseo de Gracia 78, Barcelona', '933 445 678', 'Barcelona'), ...
}
Productos = {
    ('P1', 'Xiaomi mi band 4',      36),
    ('P2', 'Motorola One',          399),
    ('P3', 'Correa compatible mi band 4', 10), ...
}
Pedidos = {
    ('P1', 'U1', 'P1', 2), -- David compra 2 mi band 4
    ('P2', 'U1', 'P3', 2), -- David compra 2 correas compatibles
    ('P3', 'U2', 'P2', 1), -- Marta compra 1 Motorola One
    ...
}
```

Ejemplo: Selección

Renombrado

ρ (*Usuarios*)
 $U(uid,n,di,t,pro)$

ρ (*Productos*)
 $P(pid,de,pre)$

ρ (*Pedidos*)
 $Ped(id,uid,pid,c)$

Ejemplo: Selección

Usuarios de la provincia de Sevilla

$$Sevillanos \leftarrow \sigma_{pro='Sevilla'}(U)$$

Usuarios que no son de Sevilla

$$Opcion1 \leftarrow \sigma_{pro \neq 'Sevilla'}(U)$$

$$Opcion2 \leftarrow U \setminus Sevillanos$$

Usuarios que son de Málaga o Sevilla

$$Opcion1 \leftarrow \sigma_{pro='Sevilla' \vee pro='Málaga'}(U)$$

$$Malagueños \leftarrow \sigma_{pro='Málaga'}(U)$$
$$Opcion2 \leftarrow Sevillanos \cup Malagueños$$

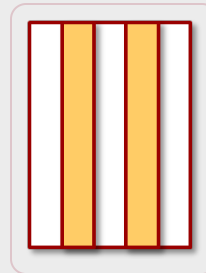
Operadores relacionales: proyección

Proyección (Π): $T \leftarrow \Pi_B(R)$

Prerequisito: $B \subseteq I(R)$

$$I(T) = B$$
$$E(T) = \{(r.a_1, r.a_2, \dots, r.a_k) \mid (r \in E(R) \wedge \{a_1, a_2, \dots, a_k\} = B)\}$$

Extrae columnas B de R



Ejemplo: Proyección

Nombre de los usuarios que son de Málaga o Sevilla

Opción 1: una única expresión

$$Opcion1 \leftarrow \prod_{U.n} \sigma_{prov='Sevilla' \vee prov='Málaga'}(U)$$

Opción 2: con relaciones intermedias

$$\begin{aligned} S &\leftarrow \sigma_{prov='Sevilla'}(U) \\ M &\leftarrow \sigma_{prov='Málaga'}(U) \\ SM &\leftarrow S \cup M \\ Opción2 &\leftarrow \prod_{U.n} (SM) \end{aligned}$$

Operadores relacionales: combinación

Combinación (join): $T \leftarrow R \bowtie S$

Prerequisito: $I(R) \cap I(S) = C \neq \emptyset$

$$I(T) = I(R) \cup I(S)$$
$$E(T) = \{r \cup s \mid (r \in E(R) \wedge s \in E(S) \wedge \forall c \in C \models (r.c = s.c))\}$$

Producto cartesiano de R y S donde los valores de las claves primarias de R coinciden con los de S

A	B		B	C	
a_1	b_1	$\bowtie$	b_1	c_1	$=$
a_2	b_1		b_2	c_2	
a_3	b_2		b_3	c_3	
R			S		

a_1	b_1	c_1
a_2	b_1	c_1
a_3	b_2	c_2

Operadores relacionales: combinación

Se usa para combinar datos de relaciones que están enlazadas mediante claves ajenas.

La combinación crea una nueva relación que no está normalizada

Operador derivado que usa proyección, selección y producto cartesiano:

- $\{c_i\} = I(R) \cap I(S)$ (atributos comunes de R y S, suelen ser PK/FK)
- $\{u_j\} = I(R) \cup I(S)$ (todos los atributos, sin repeticiones)

$$\Pi_{u_j} \left(\sigma_{R.c_i=S.c_i} (R \times S) \right)$$

Ejemplo: Combinación

Nombre de los usuarios, descripción y cantidad de los productos que ha pedido

$$\prod_{U.n, P.de, Ped.c} (U \bowtie Ped \bowtie P)$$

Nombre de los usuarios que no han realizado ningún pedido

$$\begin{aligned} Nombres &\leftarrow \prod_{U.n} (U) \\ NombresConPedido &\leftarrow \prod_{U.n} (U \bowtie Ped) \\ Resultado &\leftarrow Nombres \setminus NombresConPedidos \end{aligned}$$

Operadores relacionales: división

División: $T \leftarrow R \div S$

Prerequisito: $I(S) \subset I(R)$

$$I(T) = I(R) \setminus I(S)$$
$$E(T) = \{t \mid (\forall s \in E(S) \models (t, s) \in E(R))\}$$

Sean $R(r,s)$ y $S(s)$ dos relaciones, la división devuelve los valores de r tales que para todo valor de s existe una tupla (r,s) en R .

a	x
a	y
a	z
b	x
c	y

÷

x
y

=

a

Ejemplos: división

Nombre de los usuarios que han comprado todos los productos

$$\begin{aligned} \textit{ProductoIds} &\leftarrow \prod_{pid} (P) \\ \textit{NombreProdId} &\leftarrow \prod_{U.n, P.pid} (U \bowtie Ped \bowtie P) \\ \textit{Resultado} &\leftarrow \textit{NombreProdId} \div \textit{ProductoIds} \end{aligned}$$

Operadores relacionales: agregación

Agregación (Upsilon): $T \leftarrow \Upsilon_G^F(R)$

$G \subset I(R)$: conjunto de atributos de agrupamiento.

F: funciones de agregación (sum, count, avg, max, min, ...)

$$I(T) = G \cup \{A'_1, A'_2, \dots\}$$
$$E(T) = \{(g, f_1(V_1), f_2(V_2), \dots) \mid g \in \Pi_G(E(R)) \wedge V_i = \{r.a_i \mid r \in E(R) \wedge r[G] = g\}\}$$

Agrupar filas por los atributos **G** y aplica funciones agregadas **F**

Ejemplos: agregación

Total de productos pedidos por usuario

$$\begin{array}{c} \text{count}(Ped.id), \text{sum}(Ped.c) \\ \Upsilon_{P.uid} (Ped) \end{array}$$

Precio promedio de productos

$$\begin{array}{c} \text{avg}(P.pre) \\ \Upsilon (P) \end{array}$$

Precio máximo y mínimo

$$\begin{array}{c} \Upsilon (P) \\ \text{max}(pre), \text{min}(pre) \end{array}$$

Nombre de usuario e importe total de sus pedidos

$$\begin{array}{c} U.n, \text{sum}(Ped.c * Ped.pre) \\ \Upsilon_{U.n} (U \bowtie Ped) \end{array}$$

Descripción del producto junto con el número de pedidos

$$\begin{array}{c} P.de, \text{count}(Ped.id) \\ \Upsilon_{P.de} (Ped \bowtie P) \end{array}$$

Conclusiones

El **álgebra relacional** es un lenguaje **formal** y **procedimental** para consultar bases de datos relacionales.

Sus operaciones toman **relaciones** como entrada y producen nuevas **relaciones** como resultado.

Los operadores **conjuntistas** permiten combinar relaciones compatibles mediante **unión**, **intersección** y **diferencia**.

Los operadores **selección** y **proyección** permiten reducir la información a las **filas** y **columnas** relevantes.

El **producto cartesiano** sirve de base para construir operaciones más complejas.

La **combinación** o **join** es la operación clave para relacionar datos conectados mediante **PK/FK**.

Conclusiones

La **división** permite expresar consultas del tipo “**para todos**”, menos frecuentes pero muy útiles en ciertos problemas.

El **renombrado** facilita escribir expresiones más claras y reutilizar relaciones intermedias en consultas complejas.

La **agrupación** y las funciones de **agregación** como **SUM**, **COUNT**, **AVG**, **MIN** y **MAX** permiten resumir y analizar datos.

El álgebra relacional ayuda a entender cómo se expresan y se optimizan internamente muchas consultas en **SQL**.

Dominar estos operadores es fundamental para **consultar**, **razonar** sobre consultas y **diseñar** modelos relacionales de calidad.



Gracias

Universidad de Sevilla

**Departamento de Lenguajes y Sistemas
Informáticos**

UNIVERSIDAD DE SEVILLA